

一种新的基于平面检测器的锥形束体积重建算法

王蔚林 罗立民 舒华忠

(东南大学生物科学与医学工程系, 南京 210096)

摘要 由于锥形束体积重建算法具有较高的获取投影数据的速度、较大的 X 射线利用率及能保持重建物体的空间和密度各向同性等方面的优点,因而引起了人们的广泛关注.针对锥顶轨迹为单圆的锥形束体积重建问题,提出了一种基于平面检测器的 T-FDK 算法(简称 FT-FDK 算法).该算法首先将锥形束投影数据重排为倾斜平行投影数据,然后再经过加权滤波和反投影重建来得到被测物体的三维结构.实验结果表明,该算法不仅与传统的 FDK 算法有相同的计算复杂度,且重建图象的质量有了明显的提高,因而该算法在医学成像和无损探伤等领域具有重要的实用价值.

关键词 计算机图形学(520·6030) 锥形束重建 体积重建 反投影

中图分类号: R814.42 TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2003)03-0306-05

A New Cone-beam Reconstruction Algorithm Based on Planar Detector

WANG Wei-lin, LUO Lin-min, SHU Hua-zhong

(Department of Biology and Medical Engineering, Southeast University, Nanjing 210096)

Abstract Cone-beam reconstruction, which is also called volumetric reconstruction, has been one of the central research problems in medical imaging. Compared with traditional 3D reconstruction, it has several advantages, such as faster scanning, better dose usage and the isotropy of the spatial resolution and density resolution in 3D reconstruction object. Based on the idea of Grass's T-FDK algorithm, a new volumetric reconstruction algorithm named FT-FDK, was presented in this paper. The X-ray projection data were collected on a planar detector instead of a cylinder detector, which was quite different from Grass's algorithm. The 2D projects were obtained along a single circular source trajectory. Unlike traditional FDK algorithm, there were three steps in this new algorithm. The first step was that the projection data should be rebinned to oblique parallel projection data. Then, the rebinned oblique parallel projection data should be pre-weighting filtered. And the last step was that filtered projection data should be backprojected to the final 3D reconstructed image data. Theory and experimental results indicated that this algorithm had the same computational complexity as traditional FDK algorithm and the image quality was improved in the reconstruction. The results suggest that this algorithm can be used widely in applications of medical imaging and nondestructive testing.

Keywords Cone-beam reconstruction, Volumetric reconstruction, Backprojection

0 引言

随着 X-CT 技术的发展,人们提出了直接体积重建的概念.其主要创新点在于采用锥形 X 射线束(简称锥形束)和二维检测器取代传统的扇形 X 射线束和一维检测器,这样不仅可以一次同时扫描多层组织,而且提高了获取投影数据的速度和 X 射线的利用率,同时重建出的体积图象的轴向分辨率也得到很

大的提高.这种锥形束体积重建算法可分为精确重建和近似重建两种^[1].其中,精确重建算法,由于源点轨迹要求满足重建的完全条件,其源点轨迹必须为垂直双圆或圆加直线等非平面轨迹,因此在处理长物体的重建时,物理实现较为麻烦;而以 FDK 算法^[2]为代表的近似重建算法,由于具有源点轨迹简单(不要求满足重建的完全性条件)、可以方便地进行 ROI 重建以及利于并行化处理等优点,因此在医学成像和无损探伤领域有着广泛的应用前景.

在近似算法中,最经典的算法是由 Feldkamp、Davis 和 Kress 提出的 FDK 算法,该算法是二维扇形束 FBP 算法在三维情况下的拓展.尽管该算法易于实现,但它只有在锥顶角较小的情况下,才能保证图象重建精度.1999 年,Turbell 提出将锥形数据重排为倾斜平行数据的 P-FDK 算法^[3],其图象重建质量与 FDK 算法相当;2000 年,Grass 等人对 P-FDK 算法又进行了改进,提出了基于柱面检测器的 T-FDK 算法^[4],使得图象重建质量又有了很大提高.本文根据 Grass 等人的算法,提出了基于平面检测器的 T-FDK 算法(Flat-panel based Tent FDK Algorithm,简称为 FT-FDK 算法),该算法借鉴了 P-FDK 算法中数据重排的思想,但在滤波方向上有所改进,从而确保了在锥顶角较大的情况下,也能重建出较高质量的图象.

1 锥形束扫描的几何结构

锥形束扫描的几何结构如图 1 所示.扫描时,锥形 X 射线从 X 射线源 S 处发出,透过待测物体,投影到二维的平面检测器上.由于 X 射线源的运动轨迹是一个半径为 R 的圆,因此为了公式描述的方便,这里引入一个虚拟检测器 1,它平行于真实检测器,且中心位于原点.而真实检测器则垂直地位于物体的后部,且 X 射线源与检测器中心的连线垂直于该检测器平面.从实检测器到虚检测器的几何变换只是简单的比例变换关系,即每一条 X 射线在虚拟检测器 1 上的投影值都可以由 $p(\beta, m, n)$ 或 $p(\beta, \gamma, \kappa)$

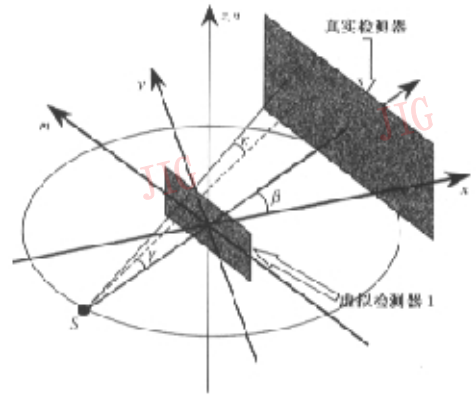
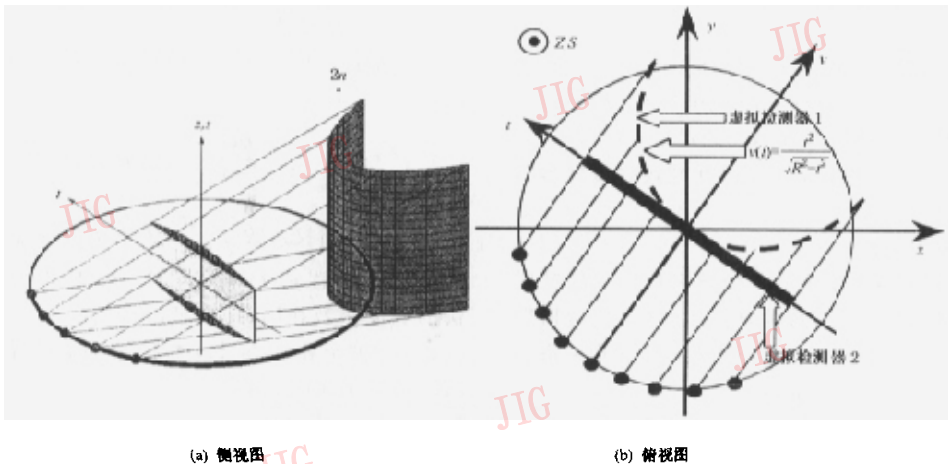


图 1 锥形束扫描的几何结构示意图

唯一确定.这里 β 代表的是 X 射线源的投影角,它是 X 射线源到原点(即虚拟检测器 1 的中心)的连线与 x 轴所张的角度; m 和 n 分别为 X 射线束在虚拟检测器 1 平面上的横坐标和纵坐标,其中 n 和 z 轴是重合的; γ 和 κ 分别表示的是该射线的扇形角和锥角.

各个源点位置上的锥形射线束可以重排为 x-y 平面上彼此平行的倾斜平行射线束(oblique parallel)^[3].正如图 2 所示,重排后的各射线并非是真正地互相平行,只有从负 z 轴方向观察时,才是平行的,并且在这一观察方向上,每一条平行的射线实际是由一个扇形射线束组成的.为了能更好地说明各射线之间的关系,类似于等距射线型扇形束断层重建的重排^[5],这里引入另一个虚拟检测器,为了与前面所述的虚拟检测器 1 相区别,称其为虚拟检测器 2.虚拟检测器 2 也平行于 z 轴,且经过原点,其



(a) 侧视图 (b) 俯视图

图 2 数据重排后的几何结构示意图

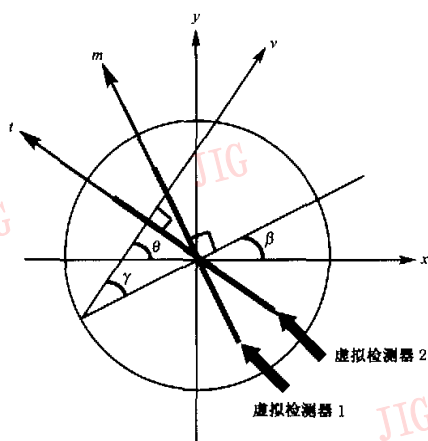
(注:为了便于观察,图 2(a)中显示的是将图 2(b)中的虚拟检测器 1 组成的曲面向 v 轴方向按比例平移后的投影结果)

在 $x-y$ 平面上的投影与各重排后的平行射线相垂直, 这样重排后的倾斜平行射线在虚拟检测器 2 上的投影值就可以由 $p_v(\theta, t, s)$ 或 $p_v(\theta, t, n)$ 表示, 其中, θ 为平行射线与 x 轴的交角, t 和 s 分别为重排后的射线在虚拟检测器 2 上的横坐标与纵坐标, 且 s 轴与 z 轴也是重合的。

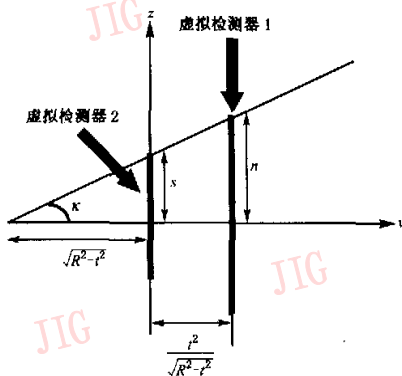
在数据重排过程中, 虚拟检测器 1 和虚拟检测器 2 之间的坐标变换如图 3 所示, 可得出以下关系

$$\beta = \theta - \arcsin\left(\frac{t}{R}\right) \quad (1)$$

$$m = \frac{tR}{\sqrt{R^2 - t^2}} \quad (2)$$



(a) z -方向俯视图



(b) t -方向侧视图

图 3 虚拟检测器 1 和虚拟检测器 2 之间的坐标变换示意图

2 FT-FDK 算法描述

X 射线源沿着半径为 R 的圆轨迹运动一周, 在平面检测器上, 采集到各个投影角 β 下的投影数据集 $p(\beta, m, n)$. 由这些原始数据经过重排后, 可以重建出待测物体的三维结构. 具体重建过程可分为以下几个步骤:

(1) 数据重排

将平面检测器采集的各个投影角 β 下的锥形投影数据集 $p(\beta, m, n)$ 重排为倾斜平行投影数据集 $p_v(\theta, t, s)$, 由式(1)、(2)、(3)可得出以下变换关系

$$p_v(\theta, t, s) = p\left(\theta - \arcsin\left(\frac{t}{R}\right), \frac{tR}{\sqrt{R^2 - t^2}}, \frac{sR^2}{(R^2 - t^2)}\right) \quad (6)$$

在由 (β, m, n) 空间变换到 (θ, t, s) 空间的过程中, 由于 β, m, n 均是离散采集的, 不能保证每个

$$n = \frac{sR^2}{R^2 - t^2} \quad (3)$$

如图 2(a)所示, 对于特定的 θ , 所有 n 值相同的射线在虚拟检测器 2 上的投影位置并非直线, 其纵坐标 s 是 n 和 t 的函数, 并有如下关系

$$s(n, t) = n \cdot \left(\frac{R^2 - t^2}{R^2}\right) \quad (4)$$

如图 2(b)所示, 对于特定的 θ , 与重排后的平行射线对应的虚拟检测器 1 位置为一个曲面, 该曲面在 $x-y$ 平面上的投影可由式(5)得出.

$$v(t) = \frac{t^2}{\sqrt{R^2 - t^2}} \quad (5)$$

(θ, t, s) 都有相应的 (β, m, n) 与之对应, 这就要求进行相应的插值处理, 在此采用了三线性插值法.

(2) 加权滤波

将重排后的 $p_v(\theta, t, s)$, 按照下式进行加权滤波, 即得出 $\tilde{p}_v(\theta, t, s)$

$$\tilde{p}_v(\theta, t, s) = \left[\sqrt{\frac{R^2 - t^2}{R^2 - t^2 + s^2}} p_v(\theta, t, s) \right] * g_v(t) \quad (7)$$

式中的加权系数 $\sqrt{\frac{R^2 - t^2}{R^2 - t^2 + s^2}}$ 为射线锥角 κ 的余弦, 滤波函数 $g_v(t)$ 与二维平行 X 射线束 FBP 算法的滤波函数相同, 这里采用常用的一维 Shepp-Logan 滤波函数^[5]. 在计算机上, 卷积运算可以通过 FFT 方法实现快速运算.

(3) 反投影重建

针对每个 (x, y, z) , 将各个 θ 上相应的 $\tilde{p}_v(\theta, t, s)$ 进行反投影, 并累加, 最终得到重建后的图象.

$$f_{FT-FDK}(x, y, z) = \int_0^{2\pi} \tilde{p}_v(\theta, t(x, y, \theta), s(x, y, z, \theta)) d\theta \quad (8)$$

其中,

$$t(x, y, \theta) = y \cos \theta - x \sin \theta \quad (9)$$

$$s(x, y, z, \theta) = \frac{z \sqrt{R^2 - t^2(x, y, \theta)}}{\sqrt{R^2 - t^2(x, y, \theta) + x \cos \theta + y \sin \theta}} \quad (10)$$

对于每一个 (x, y, z) , 并不能保证有相应的 $\tilde{p}_v(\theta, t, s)$ 与之对应, 这就要求在 (t, s) 空间中进行插值, 在此采用了简单的双线性插值方法。

3 仿真结果与讨论

采用模拟人体头部的 Shepp-Logan 3D 仿真模型^[6], 实验时, 首先通过计算机模拟出锥顶轨迹为圆的锥形 X 射线束, 然后将其作用于该仿真模型来获得各个投影角 β 下, 在平面检测器上的投影结果, 并根据所得到的投影数据, 分别应用传统的 FDK

算法和本文提出的 FT-FDK 算法重建出该模型的三维结构。各仿真实验参数如表 1 所示。

表 1 仿真实验参数表

X 射线源轨迹半径	$R=2.0$ l. u.
投影角 β 的数目	$N_\beta=360$
重排后投影角 θ 的数目	$N_\theta=360$
虚拟检测器 1 的行数和列数	$N_m=N_n=255$
虚拟检测器 1 的高度	$2n_{max}=2.8472$ l. u.
虚拟检测器 1 的宽度	$2m_{max}=2.4327$ l. u.
虚拟检测器 2 的行数和列数	$N_i=N_c=255$
重建图象的三维网格数	$N_x \times N_y \times N_z = 255 \times 255 \times 255$
重建图象的三维尺寸	$X=Y=Z=2.078$ l. u.

注:表中 l. u. 表示长度单位

3.1 传统的 FDK 算法与 FT-FDK 算法重建图象的比较

图 4 分别为标准的 Shepp-Logan 3D 仿真模型和用传统的 FDK 算法和 FT-FDK 算法在 $y=-0.25$ l. u. 处的 (x, z) 平面上重建的切片图象。由表 1 可知, 在每个投影角 β 下, X 射线束的最大扇形角 $\gamma_{max}=31.3^\circ$, $m=0$ 时的最大锥角 $\kappa_{max}=35.4^\circ$ 。

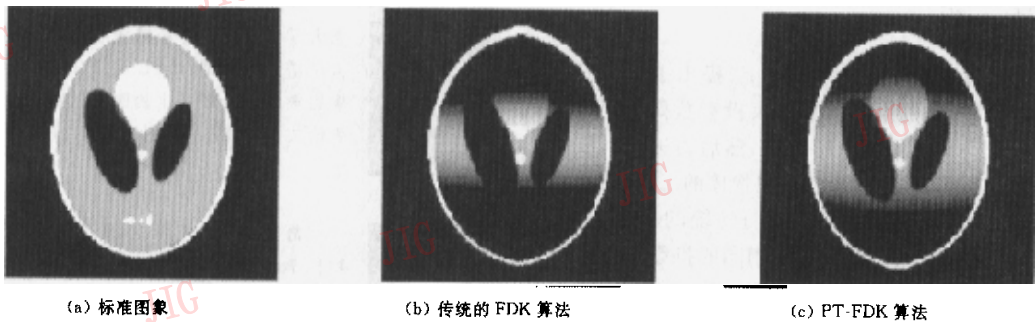


图 4 Shepp-Logan 3D 仿真模型和用两种算法在 $y=-0.25$ l. u. 处 (x, z) 平面上重建的切片图象比较。灰阶范围为 $(1.00 \sim 1.04)$

由于 FDK 算法是一种近似重建算法, 因此只有中间平面的重建结果是完全正确的。也就是说, 重建平面越远离中间平面, 重建结果的失真越大。如图 4(b) 所示, 传统的 FDK 算法重建出的图象, 能确保图象重建质量的范围很小, 而 FT-FDK 算法尽管也是一种近似算法, 但它的重建结果(如图 4(c) 所示) 图象质量却有了很大的提高, 它能在较大的锥角范围内确保图象质量。为了更清楚地看出重建图象质量的差别, 现给出 $x=0.0$ l. u., $y=-0.25$ l. u. 时, 两种算法的重建结果与原始标准图象的比较图(如图 5 所示), 由图 5 也可看出, FT-FDK 算法的重建结果比传统的 FDK 算法的重建结果要好。

3.2 传统的 FDK 算法与 FT-FDK 算法计算复杂度的比较

两种算法都有加权滤波和反投影重建这两个步骤, 这两个步骤的计算复杂度分别为 $O(N^3)$ 和 $O(N^4)$, 其中, N 是探测器阵列的尺寸。虽然 FT-FDK 算法多了一个数据重排的步骤, 但由式(6)可知, 数据重排的计算复杂度仅为 $O(N^3)$ 。由此可见, 两种算法中, 大部分的运算时间均消耗在反投影重建过程中, 相对而言, 数据重排过程的耗时是微不足道的, 所以两种算法的总的计算复杂度是相同的, 均为 $O(N^4)$ 。

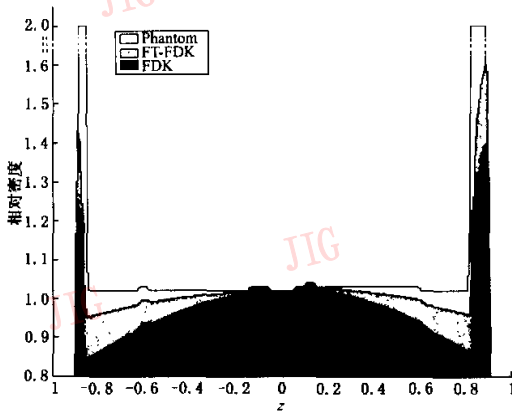


图5 $x=0.01$ u., $y=-0.25$ l.u.时,
重建图象的分线比较图

4 结论

本文在 FDK 算法的基础上,提出了 FT-FDK 算法,该算法是先通过对锥形束投影数据进行数据重排来获得倾斜平行投影数据,然后再进行加权滤波和反投影重建,进而得到待测物体的三维结构.通过实验验证,由于该算法不仅与传统的 FDK 算法有相同的计算复杂度,而且由相同的投影数据重建出的图象质量比传统的 FDK 算法的结果有了很大的提高,还可以确保在较大的锥角范围内,获得满意的重建图象,因而该算法在医学成像和无损探伤等领域具有重要的实用价值.

参考文献

- 1 吕东辉. 基于动态扫描和分散探测的完全结构的直接体积成像研究[D]. 上海:上海交通大学生命科学技术学院, 1999.

- 2 Feldkamp L. A., Davis L. C., Kress J. W. Practical cone-beam algorithm[J]. J. Opt. Soc. A., 1984, 1(6):612~619.
- 3 Turbell H. Three-dimensional image reconstruction in circular and helical computed tomography[D]. Sweden: Department of Electrical Engineering, Linköping University, 1999.
- 4 Grass M., Kohler Th., Proksa R. 3D cone-beam CT reconstruction for circular trajectories[J]. Phys. Med. Biol., 2000, 45(2):329~347.
- 5 庄天戈. CT 原理与算法[M]. 上海:上海交通大学出版社, 1992.
- 6 Kak A. C., Slaney M. Principles of computerized tomographic imaging[M]. New York: IEEE Press, 1987.

王蔚林 1973年生,1998年获东南大学生物医学工程专业硕士学位,现在东南大学生物科学与医学工程系攻读医学图像处理专业博士学位.



罗立民 1956年生,1986年获法国雷恩大学信息处理专业博士学位,现为东南大学博士生导师、IEEE高级会员.长期从事医学图象处理和生物医学工程研究.发表论文70余篇.主持科研开发20多项.



舒华忠 1965年生,现为东南大学生物科学与医学工程系教授,1992年获法国雷恩大学数学专业博士学位,1995年至1997年在东南大学生物医学和医学图象实验室从事博士后研究工作.研究领域包括医学图象处理、模式识别和放射治疗计划优化等.

